

Rapporto Tecnico
Technical Report

n. 96-05

**Presentazioni grafiche
e integrazione iconico-proposizionale**

Alberto Greco



**Università degli Studi di Genova
Dipartimento di Scienze Antropologiche
Sezione e Laboratorio di Psicologia**

Tutti i diritti sono riservati
All rights reserved

©1996
Pubblicazione del
Dipartimento di Scienze Antropologiche (DISA)
Università di Genova
V. Balbi, 4 - 16126 Genova

Presentazioni grafiche e integrazione iconico-proposizionale *

Alberto Greco

Abstract

È ormai ben documentata in letteratura l'efficacia di presentazioni grafiche (disegni, diagrammi, grafi, ecc.) quale ausilio sia nell'apprendimento matematico che nel ragionamento e nel pensiero scientifico in genere. Non sono ancora chiari, tuttavia, i meccanismi attraverso i quali tale efficacia si espliciti. Sulla base di nostre ricerche precedenti, da cui è emerso un ruolo importante dell'insegnamento di procedure di integrazione fra elementi iconici e proposizionali, appare plausibile l'ipotesi che alcune difficoltà di apprendimento o soluzione di problemi siano connesse all'esistenza e alla qualità di tali procedure.

Sono qui presentate alcune osservazioni compiute allo scopo di evidenziare alcune procedure di integrazione iconico-proposizionale e la loro incidenza su errori e difficoltà. Abbiamo studiato le modalità di traduzione in termini grafici di situazioni matematiche e non, in bambini ed adulti. Sono stati individuati specifici fattori che determinano le tipologie di rappresentazione. Alcuni di essi sono: 1) la relazione fra simboli e oggetti; 2) le relazioni fra le variabili rappresentate (qualitative, ordinali, metriche) e la loro traduzione in termini topologici; 3) le primitive di organizzazione spaziale che vengono usate; 4) le tecniche di messa in relazione con le variabili concettuali (ancoraggio, indicizzazione).

Sulla base delle osservazioni compiute appare opportuno distinguere fra difficoltà derivanti dal fatto che le necessarie procedure siano assenti e difficoltà dovute all'uso di procedure errate.

Introduzione

È ben noto che l'uso di presentazioni grafiche (disegni, diagrammi, grafi, e così via) è uno strumento potente che facilita l'apprendimento, specialmente quello matematico, aiuta nel ragionamento, migliora la comunicazione di materiale scientifico, didattico, tecnico, e così via.

L'efficacia delle presentazioni grafiche è conosciuta e sfruttata nella psicologia del senso comune, ed è anche ben documentata nella psicologia scientifica, dove nessuno mette in discussione che funziona ("un diagramma talvolta vale più di diecimila parole", Larkin e Simon, 1987). In psicologia ci sono anche teorie sul *perché* funziona (ad es. potrebbe aiutare a semplificare per cogliere gli aspetti rilevanti, potrebbe aiutare a vedere le relazioni fra elementi e così via...: cfr. Antonietti, 1989, 1991). Tuttavia è ancora poco chiaro *come* funziona, cioè attraverso quali processi o meccanismi, in altri termini come vengono *utilizzate* le informazioni grafiche e come sono *integrate* nel sistema più complessivo di rappresentazione.

* Paper presentato al IV Congresso AIRIPA "I disturbi di ragionamento e di apprendimento matematico", Trieste 27-28 ottobre 1995.

La necessità di studiare questo aspetto è chiara se si pensa che non basta presentare diagrammi o figure per avere automaticamente un beneficio, ma che questi *vanno usati*. Ci sono anzi casi in cui un uso scorretto di presentazioni grafiche può essere più dannoso che utile. Questo tema ha un interesse generale (si pensi ad es. ai diagrammi o illustrazioni nei manuali, nelle istruzioni per l'uso e così via) e ha anche un interesse specifico nell'apprendimento della matematica. Ad esempio, nel corso di una ricerca (Greco, 1994) in cui abbiamo studiato come i bambini della scuola elementare risolvono i problemi aritmetici, è emerso che non basta presentare traduzioni in termini grafici degli elementi del problema o incoraggiare i bambini stessi a farlo: l'efficacia non è garantita, ma bisogna vedere se i bambini sanno "cosa farsene" dei disegni o diagrammi.

Procedure e integrazione

Ma cosa vuol dire "sapere cosa farsene" di disegni o diagrammi? Significa in primo luogo avere delle conoscenze che dicano come guardare una presentazione grafica già fatta che magari si trova su un libro, oppure come costruirsi da soli una rappresentazione grafica per aiutarsi a capire, apprendere, risolvere un problema, comunicare. Mi riferisco a quel tipo di conoscenze che specificano ad es. cosa guardare prima e cosa guardare dopo, oppure come interpretare i simboli e come metterli insieme alle informazioni spaziali¹. Insomma, detto in altro modo, si tratta di una conoscenza *procedurale*, che serve per utilizzare tutte le informazioni nell'ordine giusto e in forma giusta per lo scopo richiesto.

Ora, noi sappiamo che alcune informazioni assai rilevanti per certi problemi sono di natura *simbolico-proposizionale* e sono difficilmente traducibili in forma grafica (basta ricordare che lo stesso *numero* è un'astrazione). E infatti normalmente qualunque figura viene integrata - con numeri, didascalie, simboli ecc. In questo senso parliamo qui di procedure di integrazione iconico-proposizionale (P I I P).

La modalità di integrazione più semplice consiste nell'aggiunta di elementi non pittorici ma simbolici, che servono a dare tutte le informazioni che il disegno non può dare da solo. Dal momento che, tuttavia, nei casi più complessi non può trattarsi di una semplice "aggiunta", riteniamo preferibile parlare di *integrazione*, perché è fondamentale che cosa si mette, dove lo si mette e quali informazioni esprime ciò che si mette².

¹ Sono quelle informazioni che vengono dalla "cognizione spaziale", come l'hanno chiamata Landau e Jackendoff (1993).

² In realtà, volendo essere precisi, parlare di procedure di integrazione è anche troppo generico: bisogna distinguere più specificamente fra le procedure che si usano nella *costruzione* di presentazioni grafiche e quelle che si usano quando si fruisce di quelle già costruite da altri, cioè quelle di *rielaborazione* (ci sono indicazioni in letteratura sul fatto che le due procedure sono diverse -v.Winn,1991).La ricerca qui presentata riguarda solo le procedure di costruzione, non quelle di rielaborazione.

Ipotesi della ricerca

L'ipotesi di lavoro per spiegare il fatto che certe volte le presentazioni grafiche non sortiscono l'effetto sperato è che, almeno in alcuni casi, le procedure di *integrazione* fra elementi iconici e prop.li siano *mancanti* oppure *erronee*. Cioè potrebbero non esserci conoscenze su come costruire le presentazioni grafiche oppure su come leggerle. Naturalmente si hanno difficoltà anche quando le procedure ci sono, ma sono sbagliate (non in senso assoluto ma nel senso di *non adatte allo scopo*, come vedremo meglio dopo).

Progetto generale e ricerca specifica

Il progetto generale, di cui fa parte la ricerca qui presentata, ha un'articolazione abbastanza complessa perché prende in esame diversi aspetti che si traducono in parecchie variabili: differenza fra costruzione di presentazioni grafiche e loro uso, tipo di situazione (aritmetica, spaziale o concettuale), tipo di soggetti (adulti o bambini) più altri possibili tipi di manipolazione.

Qui verranno presentate solo delle prime osservazioni limitate, a titolo esemplificativo, per evidenziare alcune idee e chiavi di lettura.

Descrizione del contesto empirico dell'indagine

La ricerca qui presentata riguarda in particolare la costruzione di presentazioni grafiche a partire da situazioni espresse verbalmente.

È stata presentata ai soggetti (adulti - 40 studenti universitari) una serie di descrizioni verbali di situazioni sopra un riquadro vuoto, con la richiesta di "rappresentarle senza parole". Le istruzioni precisavano che era consentito l'uso di singole lettere o numeri³, di eventuali didascalie esterne al riquadro, e che la figura doveva essere "abbastanza chiara da consentire ad un'altra persona di ricostruire la frase soltanto sulla base della figura".

Per la presentazione è stata usata una tecnica molto semplice: le descrizioni sono state presentate ciascuna su una diversa pagina di un libretto⁴ in un ordine tale da essere di complessità e grado di astrazione relativamente crescenti.

³ È stata data l'indicazione esplicita di usare numeri e simboli: ciò è stato necessario in quanto è emerso dalle prove pilota che i Ss. tendono a usare il disegno pittorico e non diagrammi schematici ed è molto difficile portarli ad un livello più astratto (qualcuno per rappresentare "cento case" piuttosto che usare il numero 100 faceva una nuvola di punti...).

⁴ Era in programma un affinamento della tecnica di analisi mediante l'uso di un'apparecchiatura in grado di registrare la sequenza temporale dei segni operata dal soggetto, ma per motivi tecnici non è stato possibile mettere in opera un tale strumento in questa fase.

Le descrizioni⁵ usate, come si vede, erano applicabili sia a situazioni matematiche che non matematiche. Si riferivano infatti a situazioni di tipo **spaziale** (relazioni tipo sopra, accanto, ecc., ad es. *Cento case sul monte*), oppure di tipo insiemistico, cioè in cui un insieme si divide in parti -- quindi del tipo usato per la rappresentazione di situazioni **aritmetiche** (ad es. *libri rossi e verdi*). C'erano anche situazioni che implicavano semplici eventi collocati in una dimensione temporale (*Bruno aveva...*)⁶.

Quindi si suppone che per la traduzione in forma grafica fossero richieste nei diversi item procedure di natura diversa, combinate fra loro in maniera progressiva.

Caratteristiche degli item

Nella tab. 1 si vede quali caratteristiche erano presentate (singolarmente o in combinazione) nei nostri item, con relativi esempi.

La tipologia delle situazioni presentate era diversa: 1) in alcuni casi non era richiesta alcuna integrazione, in quanto si trattava di *relazioni esprimibili soltanto attraverso elementi pittorici*; 2) in altri casi era richiesto *implicitamente* l'uso di numeri o di simboli convenzionali; 3) in altri casi ancora le informazioni erano esprimibili indifferentemente o in termini pittorici oppure simbolici; 4) nei casi più complessi, infine, come si è detto, era inserito un elemento temporale, ed era richiesta una doppia rappresentazione per render conto di trasformazioni che implicavano un prima e un dopo.

La tab. 2 mostra come le varie frasi rispecchiavano, in varie combinazioni e con una certa progressione di difficoltà, le diverse caratteristiche.

Seconda fase (decodifica)

In una seconda fase, i protocolli ottenuti sono stati presentati ad altri 8 studenti che hanno fatto da giudici circa il grado di corrispondenza tra l'elenco di frasi e i disegni, messi entrambi in ordine casuale, in modo da individuare la rispondenza delle rappresentazioni allo scopo per cui avrebbero dovuto servire (cioè in questo caso comunicare le informazioni ad altri). Quelle presentazioni grafiche che non hanno risposto a questo criterio di adeguatezza comunicativa sono state analizzate in modo più particolare e accurato per individuare le difficoltà.

⁵ Nelle prime prove si trattava di situazioni problematiche e la costruzione del grafo era orientata alla soluzione. Si è visto che questo comporta alcuni svantaggi: maggiore ansia, possibilità di risolvere mentalmente con altre strategie ecc. Si è deciso per questo di usare descrizioni ma non situazioni problematiche.

⁶ Non sono state usate situazioni concettuali, come quelle implicate nei concetti scientifici - es. diagrammi di fisica o biologia - ma è in programma un'estensione di questo tipo.

TABELLA 1

RELAZIONI ESPRIMIBILI ATTRAVERSO ELEMENTI PITTORICI

- collocazione spaziale *topologica* o ordinale

Es.: su / fra / accanto a

- collocazione spaziale *metrica*

vicino a / lontano da

PROPRIETA' ESPRIMIBILI SOLO ATTRAVERSO NUMERI

- oggetti non enumerabili concretamente

Es.: cento case

PROPRIETA' CHE RICHIEDONO SIMBOLI CONVENZIONALI

- qualificazione

Es.: è rosso / è verde

- appartenenza/possesso singolo/multiplo

Es.: di Aldo / di Aldo, di Bruno e di Carlo

MISTI (esprimibili in termini pittorici, simbolici o entrambi)

- oggetti enumerabili concretamente

Es.: due case

- confronto - differenza - corrispondenza

Es.: più di / meno di / quanti

TRASFORMAZIONI

- sottrazione/aggiunta (implica un prima e un dopo: ci sono due caselle)

Es.: aveva... ne ha dati / ne ha comprati

Vediamo quindi come il metodo è stato usato per rilevare strategie di integrazione e fonti di difficoltà.

La progressione relativa dal più semplice al più complesso è stata usata in un certo senso al posto dell'insegnamento esplicito delle procedure. L'intento cioè era di far sviluppare delle procedure *implicite*, portando i soggetti passo passo a situazioni di sempre maggiore complessità e astrazione. Con questo sistema si è cercato di rivelare a quale punto emergono le difficoltà, o meglio in quali casi le rappresentazioni risultanti possono essere sbagliate. Bisogna ribadire che "sbagliato" va inteso nel senso di *non adatto allo scopo*: nel nostro caso lo scopo dichiaratamente richiesto era quello di essere comprensibili ad altre persone (comunicare i concetti) e per questo è stata richiesta la decodifica da parte dei giudici.

Tab.2	Rapp.ne di oggetti			Rapp. di parti		Proprietà e relazioni			Rappresentabilità				
	singolo	numerabili	non numerabili	numerabili	non numerabili	apparten. o qualif.	topologiche	confronto - diff.za	tempo	solo pittorica	pittorica + numero	pittorica + simbolo	più simboli (partiz.)
Una casa	X									X			
Due case		X								X	X		
Cento case			X								X		
La casa di Aldo	X					X						X	
La casa in cui abitano Aldo, Bruno, Carlo	X					X							X
La casa sul monte	X						X			X			
La casa di Aldo sul monte	X					X	X			X			
Due case sul monte		X					X			X	X		
Cento case sul monte			X				X				X		
La casa con 100 finestre	X				X								
Una casa ha 50 finestre al I piano e 50 finestre al II piano	X				X		X				X		
Una casa ha 50 finestre al I piano e 50 finestre al II piano. Il I piano è tutto di Aldo, al II piano stanno Bruno e Carlo	X				X	X	X				X		X
La casa vicino al monte	X						X			X			
Nel giardino di Aldo ci sono 50 alberi. Bruno ha più alberi di Aldo			X		X	X		X			X		X
La casa di Aldo si trova in via Roma fra il municipio e la farmacia		X				X	X					X	
Ci sono libri rossi e libri verdi		X		X		X							X
Ci sono libri rossi e libri verdi. Ci sono 34 libri rossi e 85 libri in tutto			X		X	X					X		X
Aldo ha 34 libri. Ne ha letti 12, gliene rimangono da leggere 22			X		X			X	X		X	X	
Bruno aveva 15 libri. Ne ha comprati 8, ora ne ha 23			X		X			X	X		X	X	

Da questa analisi emerge dunque una tipologia di “errori” - intesi in questo senso - che però è valida a nostro parere anche in altri contesti (ad es. in un contesto di *problem solving* possono essere richiesti vincoli diversi, ma la tipologia degli errori presumibilmente è la stessa). Tanto più che nei nostri item erano comprese situazioni tipicamente usate nella soluzione di problemi aritmetici come la partizione di un insieme⁷. Comunque questa del trasferimento da un contesto di comunicazione ad uno di *problem solving* è una questione aperta a verifica empirica.

⁷ Come vedremo, la partizione si originava per complemento, per sottrazione e per confronto.

Analisi del materiale e fattori di difficoltà emersi

Per studiare quali sono gli elementi rilevanti nelle procedure di traduzione dalla forma verbale a quella grafica abbiamo distinto innanzitutto fra ciò che può essere espresso in termini pittorici e ciò che non può esserlo. Infatti, come abbiamo visto, alcune proprietà e/o relazioni possono essere espresse solo attraverso numeri oppure attraverso simboli convenzionali.

Un primo gruppo di fattori di difficoltà comprende l'esistenza e la qualità degli elementi inseriti:

- *omissione di elementi necessari* (in questo caso necessari per la rappresentazione completa e decodificabilità da parte di altri).
- *inserimento di elementi non necessari* (in gen. sono abbellimenti pittorici ma a volte anche elementi simbolici, come ad esempio il segno di uguale o frecce quando non servono). Questo è un caso di mancata integrazione in quanto si tratta di una semplice aggiunta (segni che vengono giustapposti). Gli elementi inseriti non sono solo inutili ma fonte di confusione.
- *inserimento di elementi ambigui* (ad es. uso di numeri per indicare le persone a cui appartengono certi oggetti, con possibilità di confondere questi numeri con quelli che indicano quantità).

C'è poi un gruppo di *errori di tipo spaziale*, cioè che riguardano l'uso dello spazio. Le *primitive di organizzazione spaziale* (marcare, cancellare, etichettare)⁸ sono state studiate nella letteratura psicologica (Lindsay, 1988) ed anche in intelligenza artificiale. Altri errori di questo genere riguardano l'*ordine* dei simboli e i tipi di *connessioni* (ad es. posizione relativa su assi x/y, raggruppamento o vicinanza di componenti). Questi errori possono portare ad es. al posizionamento di simboli in posti sbagliati o ad incongruenze fra elementi pittorici e simboli.

Gli errori fin qui descritti riguardano, per così dire, le relazioni *interne* alla rappresentazione. Altri errori invece riguardano le relazioni *esterne*, cioè quelle fra la rappresentazione e la realtà a cui la rappresentazione stessa si riferisce. Ci sono due tipi di relazioni esterne e cioè:

- (1) quella fra i simboli usati e gli oggetti a cui si riferiscono. Ad es. quando la procedura richiede di *scegliere un simbolo* per l'oggetto da rappresentare c'è la possibilità di una corrispondenza uno-a-uno (un solo simbolo per un solo oggetto) oppure una rappresentazione di tipo insiemistico, dove

⁸ Sarebbero indagabili meglio con l'uso di strumenti di registrazione dei passi seguiti durante la composizione del grafico.

un simbolo sta per più oggetti. Si può trattare poi di scegliere il tipo di convenzione (ad es. di solito si usa l'iniziale del nome dell'oggetto), ecc.

- (2) quella fra variabili rappresentate e la loro traduzione in termini topologici. La procedura qui richiede di scegliere *proprietà* (caratteristiche) *topologiche* della rappresentazione: cioè usare linee aperte o chiuse, cosa mettere dentro cosa fuori: la scelta dipende dalla natura della variabile da rappresentare: se qualitativa, ordinale, metrica.

Si può parlare di un difetto di “sincronizzazione”, per così dire, perché le due cose vanno stabilite *contemporaneamente* (e questo è un punto importante). In altri termini, le differenze *sia* nel tipo di simbolo usato *che* nella disposizione pittorica vanno di pari passo a seconda del tipo di relazione da esprimere.

Se la relazione da esprimere è di tipo qualitativo (rosso/verde) non solo si usa un simbolo diverso ma anche una tecnica *grafica* diversa dal caso in cui la relazione invece è di tipo ordinale-topologico (prima, davanti, sopra ecc.) e ancora diversa dal caso in cui è metrica o quantitativa. Ad es. nel primo caso (distinzione qualitativa) si userà dal primo punto di vista un simbolo convenzionale (R/V per rosso-verde) e dall'altro punto di vista un artificio pittorico che evidenzia la partizione (diversa sfumatura, evidenziatura, uso di cerchi, ecc.). E così nel caso della distinzione topologica può non essere usato nessun simbolo ma solo elementi pittorici, nel caso quantitativo si può usare il numero abbinato a proprietà metriche del disegno come ad es. distanze più o meno proporzionali alle quantità.

Occorre dunque una congruenza fra simboli e oggetti da una parte, ed una congruenza fra natura delle relazioni e tipo di impostazione grafica dall'altra, ma queste due congruenze non vanno ognuna per i fatti propri. Nei casi in cui i simboli sono necessari, il fatto di metterli non garantisce la comprensibilità del diagramma: anche qui si può dire che il tutto (simbolo + pittogramma) è diverso dalla somma delle parti.

Strategie di traduzione dal proposizionale al grafico

Dai nostri dati sono emersi anche dati in positivo, non centrati sulle difficoltà ma sulle strategie. La relazione ottimale, quella che funziona, fra concetti e rappresentazioni grafiche sembra far uso di tecniche come l'ancoraggio e l'indicizzazione.

1) Si denomina *ancoraggio* (Winn, 1991; cfr. Ullman, 1985) il marcare certi punti di riferimento per ritrovarli in seguito o evidenziarne le funzioni. Ad esempio in situazioni con dinamica temporale, come nel caso di trasformazioni, possono essere marcate in modo speciale le parti fisse, che non cambiano. Un altro esempio: quando ci sono molti simboli di tipo diverso, quelli di un certo tipo possono essere contrassegnati in modo speciale (vedi fig. 1). L'ancoraggio è un esempio di integrazione iconico-proposizionale perché ri-

guarda sia il simbolo marcato che il punto del grafico in cui avviene l'ancoraggio.

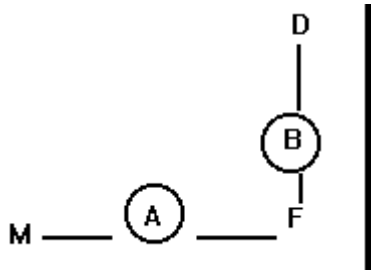


Fig.1-Ancoraggio

La casa di A è fra municipio e farmacia

La casa di B è fra farmacia e distributore

2) L'*indicizzazione* (cfr. Larkin e Simon, 1987) consiste nello sfruttare le due dimensioni spaziali attraverso *indici* per esprimere relazioni in modo *implicito*. Ad esempio aggiungere una serie di puntini per indicare una quantità indefinita o elementi ripetitivi, oppure (vedi fig.2) mettere un numero in un certo punto del grafico per dire che "comprende" due parti. Anche questo è un esempio di integrazione iconico-proposizionale perché riguarda sia quale simbolo viene usato che il punto in cui lo si mette.

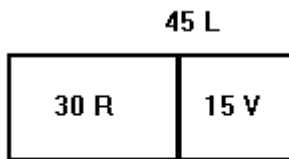


Fig. 2 - Indicizzazione

L=libri
R=rossi
V=verdi

Conclusioni

In conclusione, dalle osservazioni fatte sembra di poter anche distinguere casi in cui le procedure sono assenti e casi in cui sono sbagliate (non adatte allo scopo). Quando sono assenti, i Ss. tipicamente si limitano ad usare una rappresentazione solo pittorica o solo simbolica, in entrambi i casi inutilizzabile ai fini richiesti. Ciò non vuol dire che questi soggetti siano incapaci *in assoluto* di integrare l'iconico e il proposizionale, ma semplicemente che in certi casi, ad es. per rappresentare situazioni complesse come quelle richieste in alcuni nostri item, non hanno disponibile una procedura adatta.

Il discorso qui potrebbe allargarsi, perché si potrebbe dire che non hanno disponibili i *modelli* adatti. Ci sono modelli standard che si imparano a scuola o si vedono sui libri (v. ad es. i diagrammi di Venn o i grafi ad albero). Questo è vero, perché ovviamente le procedure si applicano a modelli e si imparano insieme a questi modelli. Ma quando si dice che i modelli non sono "disponibili", non è chiaro che cosa succede. Non è necessariamente un fatto di semplice accesso mnemonico, ma a volte il vero problema è che non si sa co-

me usare un modello in una specifica situazione. Tutti hanno visto diagrammi di Venn per rappresentare insiemi ma sono pochi quelli che li usano.

In altri casi, invece, i soggetti scelgono un modello adatto ma poi non lo usano correttamente, perché non hanno le procedure di integrazione fra i concetti da cui partono, espressi in forma proposizionale, e le caratteristiche grafiche del modello. Questi casi si riconoscono per il fatto che sono presenti ad esempio gli errori di cui abbiamo parlato in questo articolo, che si applicano appunto alla mancata integrazione iconico-proposizionale.

Bibliografia

Antonietti A. (1989) Il ruolo delle immagini mentali nel "problem solving". *Archivio di Psicologia, Neurologia, Psichiatria*, 50, 61-86.

Antonietti A. (1991) Why does mental visualization facilitate problem-solving? In Logie R.H., Denis M. *Mental images in human cognition* Amsterdam: North-Holland, pp.211-227.

Greco A. (1994) Rappresentazione iconica e procedura nella soluzione di problemi aritmetici: un'indagine empirica. *Ricerche di Psicologia*, 18, 3, 7-36.

Landau B., Jackendoff R. (1993) "What" and "where" in spatial language and spatial cognition. *Behavioral and Brain Sciences*, 16, 217-265.

Larkin J.H., Simon H.A. (1987) Why a diagram is (sometimes) worth ten thousand words. *Cognitive Science*, 10, 65-100.

Lindsay R.K. (1988) Images and inference. *Cognition*, 29, 229-250.

Ullman S. (1985) Visual routines. In Pinker S. (ed.) *Visual cognition*. Cambridge, Mass: MIT Press, pp.97-159.

Winn W.D. (1991) A theoretical framework for research on learning from graphics. *International Journal of Educational Research*, 14, 553-564.